

Opérations et isolement de terme

ou l'enjeu du raisonnement face aux astuces

L'isolement d'une grandeur dans un membre d'une égalité donne lieu à l'utilisation de nombreuses astuces (triangle magique, escaliers) ou abus de langages (passer de l'autre côté). Si ces astuces permettent l'obtention rapide d'un résultat, elles ne donnent pas de sens et confinent les élèves dans leurs difficultés. Comment replacer le raisonnement au centre des apprentissages ?

Opérations réciproques et signe égal, pour former au raisonnement

$$d = v \times t \quad \text{donc} \quad \frac{d}{v} = \frac{v \times t}{v} \quad \text{donc} \quad \frac{d}{v} = t \quad \text{donc} \quad t = \frac{d}{v}$$

Pour compenser l'opération « multiplier par v » on réalise l'opération « diviser par v » (les deux traits rouges symbolisent la simplification)

Comme le signe égal signifie « la même chose que », l'opération « diviser par v » est appliquée aux deux membres de l'égalité.

Comme le signe égal signifie « la même chose que », les deux membres de l'égalité peuvent être intervertis.

Opération réciproque : pour compenser la multiplication par v , on fait appel à la division par v .

Signification du signe « = » : « la même chose que » (dans une première approche)

Pour les manipulations algébriques, l'écriture en colonne des égalités successives est souvent plus aidante pour les élèves que l'écriture en ligne.

Comportements au sein d'une relation : une procédure de contrôle

L'expression $t = \frac{d}{v}$ obtenue par isolement de terme peut être contrôlée via une analyse du comportement des grandeurs variables.

Par exemple l'expression obtenue prévoit que 1) si d est doublée alors, à v constant, t double aussi ; 2) si v est doublée alors, à d constante, t est divisé par deux. Ces prévisions sont conformes à ce qui est obtenu expérimentalement, donc l'expression est pertinente.

L'approche par opération réciproque est une approche algébrique universelle en mathématiques. L'étude de la relation en lien avec la réalité expérimentale permet de donner du sens pour l'élève.